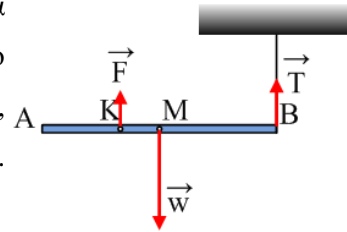


Ισορροπία και επιτάχυνση ράβδου.

Ένα φύλλο εργασίας.

Μια ομογενής δοκός AB μήκους 3m και μάζας 4kg, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από σημείο K, σε απόσταση (AK)=1m, ισορροπεί δε σε οριζόντια θέση, δεμένη στο άκρον της B με κατακόρυφο νήμα, όπως στο σχήμα.



Αν $g=10\text{m/s}^2$:

i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

Από $\Sigma F=0$ και $\Sigma \tau=0$ έχουμε:

$$F+T-mg=0 \text{ και } T(KB)-mg(KM)=0, \text{ από όπου } T=10\text{N και } F=30\text{N}.$$

Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Για τη χρονική στιγμή αμέσως μετά. Να βρεθούν:

ii) Η γωνιακή επιτάχυνση της δοκού. Δίνεται η ροπή αδράνειας της δοκού, ως προς άξονα

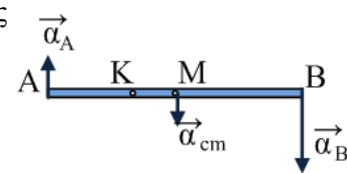
$$\text{κάθετον σε αυτήν που περνά από το μέσον της } I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} m l^2.$$

Από 2^ο νόμο έχουμε $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\text{γων}}$ ή $mg(KM) = (\frac{1}{12} m l^2 + m(KM)^2) \cdot \alpha_{\text{γων}} \rightarrow \alpha_{\text{γων}} = 5\text{rad/s}^2$.

iii) Οι επιταχύνσεις των άκρων A και B και του μέσου M της δοκού. Σχεδιάστε τις πάνω στο διπλανό σχήμα.

$$\alpha_A = \alpha_{\text{γων}} \cdot (AK) = 5\text{m/s}^2, \alpha_{\text{cm}} = \alpha_{\text{γων}} \cdot (MK) = 2,5\text{ m/s}^2 \text{ και}$$

$$\alpha_B = \alpha_{\text{γων}} \cdot (KB) = 10\text{m/s}^2.$$



iv) Η δύναμη που ασκεί ο άξονας στη δοκό.

$$\Sigma F = m a_{\text{cm}} \rightarrow w - F = m \cdot a_{\text{cm}} \rightarrow F = 30\text{N}$$

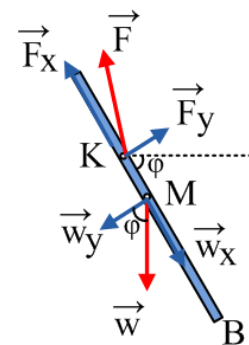
Μετά από λίγο η δοκός σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $\varphi=60^\circ$ στρεφόμενη με $\omega=6\text{rad/s}$. Για τη θέση αυτή:

v) Σχεδιάστε τη δύναμη που ασκείται στη δοκό από τον άξονα και κατόπιν, αναλύστε τις δυνάμεις σε δυο άξονες, έναν παράλληλον στη δοκό και έναν κάθετο σε αυτήν.

vi) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της δοκού.

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\text{γων}} \rightarrow mg \sin \varphi (KM) - F_y \cdot (AK) = (\frac{1}{12} m l^2 + m(KM)^2) \cdot \alpha_{\text{γων}}$$

$$\alpha_{\text{γων}} = 2,5\text{rad/s}^2.$$



vii) Να βρεθεί η επιτροχία επιτάχυνση (ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας) του μέσου M της δοκού και η κεντρομόλος επιτάχυνσή του.

$$\alpha_{\text{επ}} = \alpha_{\text{γων}} \cdot (KM) = 1,25\text{ m/s}^2 \text{ και } \alpha_{\text{κ}} = \omega^2 \cdot R = 18\text{ m/s}^2$$

viii) Να εφαρμόσετε το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το κέντρο μάζας (το μέσον M) της

δοκού, για να υπολογίσετε τις δυο συνιστώσες της δύναμης από τον άξονα, που έχετε σχεδιάσει στο σχήμα.

$$\Sigma F_x = m \cdot a_{\kappa} \rightarrow F_x - mg \eta \mu \phi = m \cdot a_{\kappa} \rightarrow F_x \approx 107 \text{ N και}$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_{\epsilon} \rightarrow mg \sigma \nu \eta \phi - F_y = m a_{\epsilon \pi} \rightarrow F_y = 150 \text{ N}$$

ix) Η κίνηση της δοκού είναι στροφική ομαλά επιταχυνόμενη; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Η γωνιακή επιτάχυνση μεταβάλλεται και η κίνηση δεν είναι στροφική ομαλά επιταχυνόμενη

dmargaris@sch.gr